

Тема урока: Сумма и разность синусов. Сумма и разность косинусов.

Цели урока: Вывести формулы суммы и разности синусов и косинусов; формировать практические навыки применения новых формул

Теоретический материал для самостоятельного изучения

Рассмотрим выражение $\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)$. С помощью формул синуса суммы и разности преобразуем его.

$$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta = 2 \sin \alpha \cos \beta$$

Обозначим $\alpha + \beta = X$; $\alpha - \beta = Y$. Сложим и вычтем эти равенства:

$$(\alpha + \beta) + (\alpha - \beta) = X + Y$$

$$(\alpha + \beta) - (\alpha - \beta) = X - Y$$

$$2\alpha = X + Y$$

$$2\beta = X - Y = X - Y$$

Подставим в формулу суммы синусов и разности вместо α и β получившиеся выражения, а вместо $\alpha + \beta = X$; $\alpha - \beta = Y$.

Получаем: $\sin X + \sin Y = 2 \sin \frac{X+Y}{2} \cos \frac{X-Y}{2}$ **формулу суммы синусов. (1)**

Пример: Упростите выражение $\sin 24^\circ + \sin 36^\circ$. Применяем формулу (1):

$$\sin 24^\circ + \sin 36^\circ = 2 \sin \frac{24^\circ + 36^\circ}{2} \cos \frac{24^\circ - 36^\circ}{2} = 2 \sin 30^\circ \cos(-6^\circ) = 2 \cdot \frac{1}{2} \cos 6^\circ = \cos 6^\circ \dots$$

Аналогично доказывается формула суммы и разности косинусов:

$$\cos X + \cos Y = 2 \cos \frac{X+Y}{2} \cos \frac{X-Y}{2} \quad (3)$$

Пример. Представьте в виде произведения: $\cos \frac{5\pi}{12} + \cos \frac{5\pi}{6}$.

Применяем формулу (3):

$$\begin{aligned}\cos \frac{5\pi}{12} + \cos \frac{5\pi}{6} &= 2 \cos \left(\frac{5\pi}{24} + \frac{5\pi}{12} \right) \cos \left(\frac{5\pi}{24} - \frac{5\pi}{12} \right) = 2 \cos \left(\frac{15\pi}{24} \right) \cos \left(-\frac{5\pi}{24} \right) \\ &= 2 \cos \left(\frac{15\pi}{24} \right) \cos \left(\frac{5\pi}{24} \right) = 2 \cos \left(\frac{5\pi}{8} \right) \cos \left(\frac{5\pi}{24} \right)\end{aligned}$$

Пример. Запишите в виде произведения выражение $\frac{1}{2} - \cos \alpha$.

Так как $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$, то $\frac{1}{2} - \cos \alpha = \cos 60^\circ - \cos \alpha = -2 \sin \frac{60^\circ + \alpha}{2} \sin \frac{60^\circ - \alpha}{2}$

Домашнее задание: параграф 32 (стр.161-163) №537, указание: в 3 и 4 примерах примените вначале формулу разности квадратов; №538

Литература: онлайн учебник по алгебре за 10-11 класс - авторы Алимов, Колягин,