Группа 12. Физика

Дата: 25.01.2022

Уроки № 62, 63

Тип урока: комбинированный урок

Темы уроков:

Математический маятник. Пружинный маятник.
Свободные и вынужденные электромагнитные колебания. Колебательный контур.

Цели урока:

Предметные:
- формирование новых понятий: математический маятник; пружинный маятник; колебательный контур;
- знакомство со свободными и вынужденными колебаниями, в том числе с электромагнитными колебаниями.

Развивающая:

- *развитие логического мышления, смекалки; формирование интереса к физическому эксперименту;*
- *активизация творческого мышления учащихся; умение анализировать, делать выводы.*

Воспитывающая:

- *воспитать интерес к физике для познаваемости мира и объективности наших знаний о нем.*

Деятельностная:

- *формирование у студентов способностей к самостоятельному построению новых способов действия на основе метода рефлексивной самоорганизации.*

Образовательная:

- *расширение понятийной базы по учебному предмету за счет включения в нее новых элементов.*

Задание:

Ознакомиться с текстом по теме урока. Написать в тетради краткий конспект. Ответить на контрольные вопросы.

План конспекта:

1. **Математический маятник**
2. **Уравнение движения тела, которое колеблется под действием силы упругости**
3. **Уравнение движения математического маятника**
4. **Амплитуда гармонических колебаний**
5. **Период и частота гармонических колебаний**
6. **Зависимость частоты и периода свободных колебаний от свойств системы**
7. **Электромагнитные колебания**

8. **Свободные колебания**
9. **Вынужденные колебания**
10. **Колебательный контур**
11. **Энергия электромагнитных колебаний**

Математический маятник

Математический маятник — это материальная точка, подвешенная на длинной невесомой и нерастяжимой нити. Математический маятник — модель обычного (реального) маятника, представляющего собой небольшое тело, подвешенное на длинной нити.

Выведем тело маятника (шарик) из положения равновесия и отпустим. На шарик будут действовать две силы: сила тяжести $\vec{F}_{Т} = m\vec{g}$, направленная вертикально вниз, и сила упругости нити $\vec{F}_{упр}$, направленная вдоль нити (рис. 3.5). Конечно, при движении маятника на него еще действует сила сопротивления. Но мы будем считать ее пренебрежимо малой.

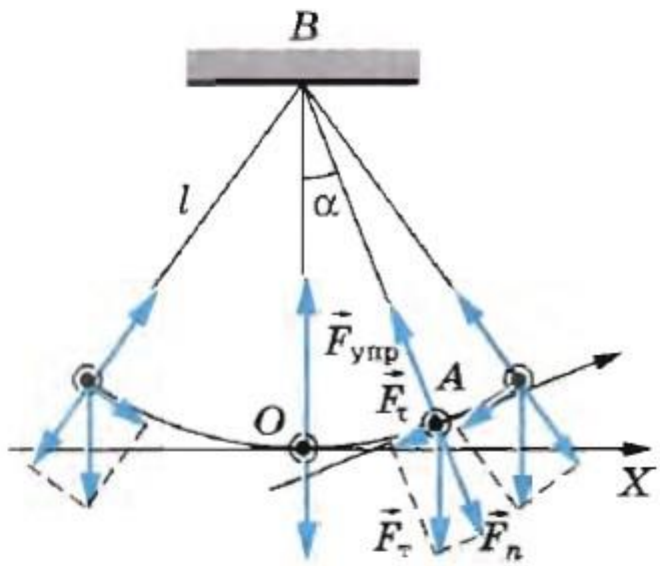

Рис. 3.5

Для того чтобы отчетливо представить себе динамику движения маятника, удобно силу тяжести разложить на две составляющие: $\vec{F}_n$, направленную вдоль нити, и $\vec{F}_\tau$, направленную перпендикулярно нити по касательной к траектории шарика. Силы $\vec{F}_n$ и $\vec{F}_\tau$ в сумме составляют силу $\vec{F}_Т$. Сила упругости нити $\vec{F}_{упр}$ и составляющая силы тяжести $\vec{F}_n$ перпендикулярны скорости маятника и сообщают ему центростремительное ускорение. Это ускорение направлено к центру дуги окружности — траектории движения маятника. Работа этих сил равна нулю. Поэтому, согласно теореме о кинетической энергии, они не меняют скорость маятника по модулю. Их действие приводит лишь к тому, что вектор скорости непрерывно меняет направление, так что в любой момент времени скорость шарика направлена по касательной к дуге окружности. Под действием составляющей $\vec{F}_\tau$ силы тяжести маятник начинает двигаться по дуге окружности вниз с нарастающей по модулю скоростью. При движении маятника эта составляющая силы тяжести, направленная к положению равновесия, уменьшается по модулю, и в момент, когда маятник проходит через положение равновесия, она становится равной нулю. Вследствие своей инертности маятник продолжает движение, поднимаясь вверх.

При этом $\vec{F}_\tau$ уже будет направлена против скорости. Поэтому модуль скорости маятника станет уменьшаться. В момент остановки маятника в верхней точке его траектории модуль $\vec{F}_\tau$ максимален и она будет вызывать движение маятника в сторону положения равновесия. Далее скорость маятника увеличивается по модулю, и он снова движется к положению равновесия. Пройдя положение равновесия, он возвращается в исходное положение, если только сила сопротивления мала и ее работой в течение небольшого интервала времени можно пренебречь. Опустив маятник в сосуд с вязкой жидкостью, мы тут же обнаружим, что колебания не происходят совсем или затухают очень быстро.

Математический маятник свободно колеблется при двух условиях:

1) при выведении его из положения равновесия в системе возникает сила, направленная к положению равновесия;

2) трение в колебательной системе достаточно мало.

Динамика колебательного движения

Для того чтобы описать количественно колебания тела под действием силы упругости пружины или колебания шарика, подвешенного на нити, воспользуемся законами механики Ньютона.

Уравнение движения тела, колеблющегося под действием силы упругости

Согласно второму закону Ньютона произведение массы тела m на ускорение его $\vec{a}$ равно равнодействующей F всех сил, приложенных к телу:

$$m\vec{a} = \vec{F}. \qquad (3.1)$$

Это — уравнение движения. Запишем уравнение движения для шарика, движущегося прямолинейно вдоль горизонтали под действием силы упругости $\vec{F}$ пружины (см. рис. 3.3). Направим ось ОХ вправо. Пусть начало отсчета координат соответствует положению равновесия шарика (см. рис. 3.3, а).

В проекции на ось ОХ уравнение движения (3.1) можно записать так: $ma_x = F_{x\ упр}$, где a_x и F_x упр соответственно проекции ускорения и силы упругости пружины на эту ось.

Согласно закону Гука проекция $F_{x\ упр}$ прямо пропорциональна смещению шарика из положения равновесия. Смещение же равно координате x шарика, причем проекция силы и координата имеют противоположные знаки (см. рис. 3.3, б, в). Следовательно,

$F_{x\ упр} = -kx$, (3.2)

Разделив левую и правую части уравнения (3.3) на m, получим

$$a_x = -\frac{k}{m}x. \qquad (3.4)$$

Так как масса т и жесткость k — постоянные величины, то их отношение $\frac{k}{m}$ также постоянная величина.

Мы получили уравнение, описывающее колебания тела под действием силы упругости. Оно очень простое: *проекция a_x ускорения тела прямо пропорциональна его координате x, взятой с противоположным знаком.*

Уравнение движения математического маятника

При колебаниях шарика на нерастяжимой нити он все время движется по дуге окружности, радиус которой равен длине нити l. Поэтому положение шарика в любой момент времени определяется одной величиной — углом α отклонения нити от вертикали. Будем считать угол α положительным, если маятник отклонен вправо от положения равновесия, и отрицательным, если он отклонен влево (см. рис. 3.5). Касательную к траектории будем считать направленной в сторону положительного отсчета углов.

Обозначим проекцию силы тяжести на касательную к траектории маятника через F_τ. Эта проекция в момент, когда нить маятника отклонена от положения равновесия на угол α, равна:

$F_\tau = -mg \sin \alpha$. (3.5)

Знак «-» здесь стоит потому, что величины F_τ и а имеют противоположные знаки. При отклонении маятника вправо (α > 0) составляющая силы тяжести $\vec{F}_\tau$ направлена влево и ее проекция отрицательна: $F_\tau < 0$. При отклонении маятника влево (α < 0) эта проекция положительна: $F_\tau > 0$.

Обозначим проекцию ускорения маятника на касательную к его траектории через a_τ. Эта проекция характеризует быстроту изменения модуля скорости маятника.

Согласно второму закону Ньютона

$ma_\tau = F_\tau$,

или

$ma_\tau = -mg \sin \alpha$. (3.6)

Разделив левую и правую части этого уравнения на m, получим

$a_\tau = -g \sin \alpha.\ \alpha$. (3.7)

Ранее предполагалось, что углы отклонения нити маятника от вертикали могут быть любыми. В дальнейшем будем считать их малыми. При малых углах, если угол измерен в радианах,

$$\sin \alpha \approx \alpha.$$

Следовательно, можно принять

$$a_\tau = -g\alpha.\ \alpha. \qquad (3.8)$$

Если угол α мал, то проекция ускорения примерно равна проекции ускорения на ось ОХ: $a_\tau \approx a_x$ (см. рис. 3.5). Из треугольника АВО для малого угла а имеем:

$$\alpha = \frac{x}{l}. \qquad (3.9)$$

Подставив это выражение в равенство (3.8) вместо угла α, получим

$$a_\tau = -\frac{g}{l}x. \qquad (3.10)$$

Это уравнение имеет такой же вид, что и уравнение (3.4) для ускорения шарика, прикрепленного к пружине. Следовательно, и решение этого уравнения будет иметь тот же вид, что и решение уравнения (3.4). Это означает, что движение шарика и колебания маятника происходят одинаковым образом. Смещения шарика на пружине и тела маятника от положений равновесия изменяются со временем по одному и тому же закону, несмотря на то, что силы, вызывающие колебания, имеют различную физическую природу. Умножив уравнения (3.4) и (3.10) на m и вспомнив второй закон Ньютона $ma_x = F_{x\ рез}$, можно сделать вывод, что колебания в этих двух случаях совершаются под действием сил, равнодействующая которых прямо пропорциональна смещению колеблющегося тела от положения равновесия и направлена в сторону, противоположную этому смещению.

Уравнение (3.4), как и (3.10), на вид очень простое: ускорение прямо пропорционально координате (смещению от положения равновесия).

Амплитудой гармонических колебаний называется модуль наибольшего смещения тела от положения равновесия.

Амплитуда может иметь различные значения в зависимости от того, насколько мы смещаем тело от положения равновесия в начальный момент времени, или от того, какая скорость сообщается телу. Амплитуда определяется начальными условиями, а точнее энергией, сообщаемой телу. Но максимальные значения модуля синуса и модуля косинуса равны единице. Поэтому решение уравнения (3.11) не может выражаться просто синусом или косинусом. Оно должно иметь вид произведения амплитуды колебаний xm на синус или косинус.

Р е ш е н и е уравнения, описывающего свободные колебания. Запишем решение уравнения (3.11) в следующем виде:

$$x = x_m \cos\sqrt{\frac{k}{m}}t. \qquad (3.12)$$

В этом случае первая производная принимает вид

$$x' = -\sqrt{\frac{k}{m}}x_m \sin\sqrt{\frac{k}{m}}t,$$

а вторая производная будет равна:

$$x'' = -\frac{k}{m}x_m \cos\sqrt{\frac{k}{m}}t = -\frac{k}{m}x.$$

Мы получили уравнение (3.11). Следовательно, функция (3.12) есть решение исходного уравнения (3.11). Решением этого уравнения будет также функция $x = x_m \sin\sqrt{\frac{k}{m}}t.$

Обозначим постоянную величину $\sqrt{\frac{k}{m}}$, зависящую от свойств системы, через ω_0:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}. \qquad (3.13)$$

$$x = x_m \cos \omega_0 t. \qquad (3.14)$$

Само же уравнение (3.11) принимает вид

$$x'' = -\omega_0^2 x. \qquad (3.15)$$

График зависимости координаты тела от времени согласно (3.14) представляет собой косинусоиду (см. рис. 3.6).

Период и частота гармонических колебаний

При колебаниях движения тела периодически повторяются. Промежуток времени T, за который система совершает один полный цикл колебаний, называется **периодом колебаний**.

Зная период, можно определить **частоту колебаний**, т. е. число колебаний в единицу времени, например за секунду. Если одно колебание совершается за время T, то число колебаний за секунду

$$\nu = \frac{1}{T}. \qquad (3.16)$$

В Международной системе единиц (СИ) *частота колебаний равна единице, если за секунду совершается одно колебание*. Единица частоты называется *герцем* (сокращенно: Гц) в честь немецкого физика Г. Герца.

Число колебаний за 2π с равно:

$$\omega_0 = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}. \qquad (3.\ 17)$$

Величина ω_0 — циклическая, или круговая, частота колебаний. Если в уравнении (3.14) время t равно одному периоду, то $\omega_0 T = 2\pi$. Таким образом, если в момент времени $t = 0$ $x = x_m$, то и в момент времени $t = T$ $x = x_m$, т. е. через промежуток времени, равный одному периоду, колебания повторяются.

Частоту свободных колебаний называют собственной частотой колебательной системы[1].

[1] Часто в дальнейшем для краткости мы будем называть циклическую частоту просто частотой. Отличить циклическую частоту от обычной частоты можно по обозначениям.

Зависимость частоты и периода свободных колебаний от свойств системы

Собственная частота колебаний тела, прикрепленного к пружине, согласно уравнению (3.13) равна:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Она тем больше, чем больше жесткость пружины k, и тем меньше, чем больше масса тела m. Это легко понять: жесткая пружина сообщает телу большее ускорение, быстрее меняет скорость тела. А чем тело массивнее, тем медленнее оно изменяет скорость под влиянием силы. Период колебаний равен:

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.} \qquad (3.18)$$

Располагая набором пружин различной жесткости и телами различной массы, нетрудно убедиться на опыте, что формулы (3.13) и (3.18) правильно описывают характер зависимости ω_0 и T от k и m.

Замечательно, что период колебаний тела на пружине и период колебаний маятника при малых углах отклонения не зависят от амплитуды колебаний.

Модуль коэффициента пропорциональности между ускорением a_τ и смещением x в уравнении (3.10), описывающем колебания маятника, представляет собой, как и в уравнении (3.11), квадрат циклической частоты. Следовательно, собственная частота колебаний математического маятника при малых углах отклонения нити от вертикали зависит от длины маятника и ускорения свободного падения:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}. \qquad (3.19)$$

Период же этих колебаний равен:

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.} \qquad (3.20)$$

Эта формула была впервые получена и проверена на опыте голландским ученым Г. Гюйгенсом — современником И. Ньютона. Она справедлива только для малых углов отклонения нити.

Период колебаний возрастает с увеличением длины маятника. От массы маятника он не зависит. Это легко проверить на опыте с различными маятниками. Зависимость периода колебаний от ускорения свободного падения также можно обнаружить. Чем меньше g, тем больше период колебаний маятника и, следовательно, тем медленнее идут часы с маятником. Так, часы с маятником в виде груза на стержне отстанут за сутки почти на 3 с, если их поднять из подвала на верхний этаж Московского университета (высота 200 м). И это только за счет уменьшения ускорения свободного падения с высотой.

Зависимость периода колебаний маятника от значения g используется на практике. Измеряя период колебаний, можно очень точно определить g. Ускорение свободного падения меняется с географической широтой. Но и на данной широте оно не везде одинаково. Ведь плотность земной коры не всюду одинакова. В районах, где залегают плотные породы, ускорение g несколько большее. Это учитывают при поисках полезных ископаемых.

Так, железная руда обладает повышенной плотностью по сравнению с обычными породами. Проведенные под руководством академика А. А. Михайлова измерения ускорения свободного падения под Курском позволили уточнить места залегания железной руды. Сначала они были обнаружены посредством магнитных измерений.

Свойства механических колебаний используются в устройствах большинства электронных весов. Взвешиваемое тело кладут на платформу, под которой установлена жесткая пружина. В результате возникают механические колебания, частота которых измеряется соответствующим датчиком. Микропроцессор, связанный с этим датчиком, переводит частоту колебаний в массу взвешиваемого тела, так как эта частота зависит от массы.

Полученные формулы (3.18) и (3.20) для периода колебаний свидетельствуют о том, что период гармонических колебаний зависит от параметров системы (жесткости пружины, длины нити и т. д.)

Свободные и вынужденные электромагнитные колебания

В этой главе мы будем изучать электромагнитные колебания. Особо отметим единство колебательных процессов различной природы.

Электромагнитные колебания были открыты почти случайно. После того как изобрели лейденскую банку (первый конденсатор) и научились сообщать ей большой заряд с помощью электростатической машины, начали изучать электрический разряд банки. Замыкая обкладки лейденской банки с помощью проволочной катушки, обнаружили, что стальные спицы внутри катушки намагничиваются. В этом ничего удивительного не было: электрический ток и должен намагничивать стальной сердечник катушки. Странным же было то, что нельзя было предсказать, какой конец сердечника катушки окажется северным полюсом, а какой — южным.

Повторяя опыт примерно в одинаковых условиях, получали в одних случаях один результат, а в других — другой. Далеко не сразу поняли, что при разрядке конденсатора через катушку в электрической цепи возникают колебания. За время разрядки конденсатор успевает много раз перезарядиться, и ток меняет направление много раз, в результате чего сердечник может намагничиваться различным образом.

Периодические или почти периодические изменения заряда, силы тока и напряжения называются **электромагнитными колебаниями**. Обычно эти колебания происходят с очень большой частотой, значительно превышающей частоту механических колебаний. Поэтому для их наблюдения и исследования очень удобен электронный осциллограф.

В электронно-лучевой трубке осциллографа узкий пучок электронов попадает на экран, способный светиться при его бомбардировке электронами. На горизонтально отклоняющие пластины трубки подается переменное напряжение развертки $u_р$ пилообразной формы (рис. 4.1).

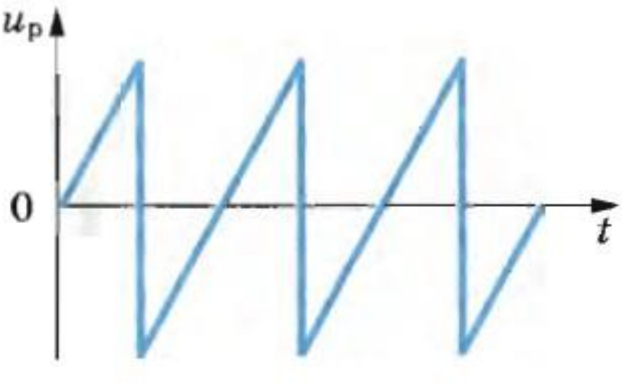

Рис. 4.1

Сравнительно медленно напряжение повышается, а потом очень резко понижается. Электрическое поле между пластинами заставляет электронный луч пробегать экран в горизонтальном направлении с постоянной скоростью и затем почти мгновенно возвращаться назад. После этого весь процесс повторяется. Если теперь присоединить вертикально отклоняющие пластины трубки к конденсатору, то колебания напряжения при его разрядке вызовут колебания луча в вертикальном направлении. В результате на экране образуется временная развертка колебаний (рис. 4.2), подобная той, которую вычерчивает маятник с песочницей над движущимся листом бумаги. Колебания затухают с течением времени.

Рис. 4.2

Эти колебания являются свободными. **Свободными колебаниями** называются колебания, которые возникают в системе после выведения ее из положения равновесия. В нашем случае колебательная система (конденсатор и катушка) выводится из равновесия при сообщении конденсатору заряда. Зарядка конденсатора эквивалентна отклонению маятника от положения равновесия.

Нетрудно получить в электрической цепи также и вынужденные электромагнитные колебания. **Вынужденными колебаниями** называются колебания в цепи под действием внешней периодически изменяющейся электродвижущей силы.

Свободные электромагнитные колебания возникают при разрядке конденсатора через катушку индуктивности. Вынужденные колебания вызываются периодической ЭДС.

Колебательный контур. Превращение энергии при электромагнитных колебаниях

Простейшая система, в которой могут происходить свободные электромагнитные колебания, состоит из конденсатора и катушки, присоединенной к его обкладкам (рис. 4.3), и называется **колебательным контуром**.

$$W_э = \frac{q_m^2}{2C}. \qquad (4.1)$$

Зарядим конденсатор, присоединив его на некоторое время к батарее с помощью переключателя (рис. 4.4, а). При этом конденсатор получит энергию

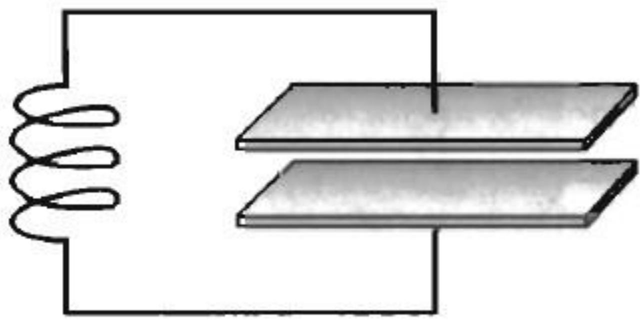

Рис. 4.3

где q_m — заряд конденсатора, а C — его электроемкость. Между обкладками конденсатора возникнет разность потенциалов U_m.

Переведем переключатель в положение 2 (рис. 4.4, б). Конденсатор начнет разряжаться, и в цепи появится электрический ток. Сила тока не сразу достигает максимального значения, а увеличивается постепенно. Это связано с явлением самоиндукции. ЭДС самоиндукции возникает при появлении тока в цепи и препятствует его увеличению, поэтому ток в цепи растет постепенно.

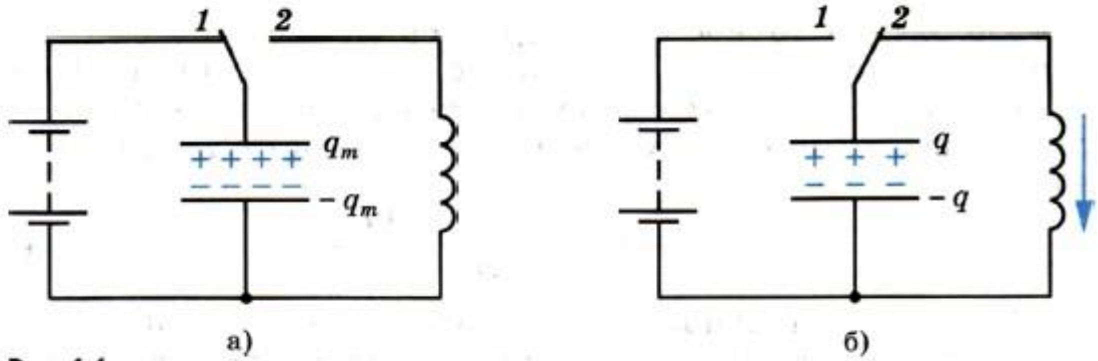

Рис. 4.4

По мере разрядки конденсатора энергия электрического поля уменьшается, но одновременно возрастает энергия магнитного поля тока, которая определяется формулой

$$W_м = \frac{Li^2}{2}. \qquad (4.2)$$

где i — сила переменного тока; L — индуктивность катушки.

Полная энергия W электромагнитного поля контура равна сумме энергий его магнитного и электрического полей:

$$W = \frac{Li^2}{2} + \frac{q^2}{2C}. \qquad (4.3)$$

В момент, когда конденсатор полностью разрядится (q = 0), энергия электрического поля станет равной нулю. Энергия же магнитного поля тока, согласно закону сохранения энергии, будет максимальной. В этот момент сила тока также достигнет, конечно, максимального значения I_m.

Несмотря на то что к этому моменту разность потенциалов на концах катушки становится равной нулю, электрический ток не может прекратиться сразу. Этому препятствует явление самоиндукции. Как только сила тока и созданное им магнитное поле начнут уменьшаться, возникает ЭДС самоиндукции, стремящаяся поддержать ток.

В результате конденсатор будет перезаряжаться до тех пор, пока сила тока, постепенно уменьшаясь, не станет равной нулю. Энергия магнитного поля в этот момент также будет равна нулю, энергия электрического поля конденсатора опять станет максимальной.

После этого конденсатор вновь начнет перезаряжаться, и система возвратится в исходное состояние. Если бы не было потерь энергии, то этот процесс продолжался бы сколь угодно долго. Колебания были бы незатухающими. Через промежутки времени, равные периоду колебаний, состояние системы в точности повторялось бы. Полная энергия при этом сохранялась бы неизменной, и ее значение в любой момент времени было бы равно максимальной энергии электрического поля или максимальной энергии магнитного поля:

$$W = \frac{Li^2}{2} + \frac{q^2}{2C} = \frac{q_m^2}{2C} = \frac{LI_m^2}{2}. \qquad (4.4)$$

Но в действительности потери энергии неизбежны. Так, в частности, катушка и соединительные провода обладают сопротивлением R, а это ведет к постепенному превращению энергии электромагнитного поля во внутреннюю энергию проводника.

В колебательном контуре энергия электрического поля заряженного конденсатора периодически переходит в энергию магнитного поля тока. При отсутствии сопротивления в контуре полная энергия электромагнитного поля остается неизменной.

Контрольные вопросы:

1. Груз массой 100 г совершает колебания с частотой 2 Гц под действием пружины. Определите жесткость пружины.

2. В Санкт-Петербурге в Исаакиевском соборе висел маятник Фуко, длина которого была равна 98 м. Чему был равен период колебаний маятника?

3. Что называют электромагнитными колебаниями?

4. В чем различие между свободными и вынужденными электромагнитными колебаниями?

5. Чему равна энергия контура в произвольный момент времени?

6. Почему при подключении конденсатора к катушке он разряжается постепенно?

Литература:

Мякишев Г. Я. Физика 11 класс. Учебник для общеобразовательных учреждений. М., 2010. §20; §21; §27; §28 упр. 1-2